

ニュートンの運動法則

太陽系の「惑星の運動」をニュートンが解析をした。

その結果、微積分学を生み出し、重力や摩擦の影響が無視できる惑星の太陽の周りの公転運動から物質間に万有引力が働いている事、慣性運動する事、力の方向にのみ運動が変化すること、等を見いだした。

$$m \frac{dv}{dt} = F$$

$$dP/dt = F$$

運動量保存則

外力 F が働かない場合 ($F=0$) に、2つの物体、1と2のそれぞれの運動量の和を

$$P = P_1 + P_2 \text{ として、}$$

$$dP/dt = d(P_1 + P_2)/dt = dP_1/dt + dP_2/dt = F_{12} + F_{21} = 0, \text{ すなわち、}$$

$$dP/dt = 0$$

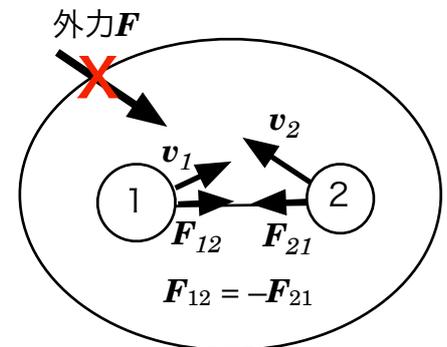
が成り立つ。

両辺に dt をかけて t_a から t_b まで積分すると、右辺はゼロ、左辺は分母分子から dt が消えて、

$$\int_{t_a}^{t_b} dP = P_b - P_a = \Delta P_{ab} = 0,$$

となる。すなわち、外力が働かない場合 ($F=0$) は、2つの物体の全運動量 $P = P_1 + P_2$ は時間が経過しても変化しないことを表す ($\Delta P_{ab} = 0$)。

この事実を「**運動量保存則**」と呼び、とても便利な保存則の1つ (もう1つは**エネルギー保存則**) である。



直交する2つの成分の独立性

重力 mg (ベクトル g は $g = (g_x=0, g_y=g) = (0, g)$) が働く地球上で、質点 (大きさを無視できる様な物体) が速度 v で運動している。その後、質点はどのような運動をするか考える。さて、重力は質点の速度をどのように変化させるか? ニュートンの第二法則によると

$$m \frac{dv}{dt} = mg, \quad \frac{dv}{dt} = g, \quad dv = g dt,$$

であり、質点の速度の変化量ベクトル dv の方向は、重力加速度 g の方向に平行なので、速度の y 成分 v_y が時間と共に $dv_y = g dt$ に従って増加していくと予想される。

しかし、 v_x の方向には力が働いていないため、 v_x が時間が経過しても変化しない事 ($dv_x = 0, g$ の x 成分はゼロ) を第二法則は予言している。

この考察は一般的に成り立ち、力は**力の方向と直交**している (速度、加速度などの) 成分には何の影響も与えず、**互いに独立**と考える事ができる。

