コリオリ力

回転座標系に乗って質点の運動を観測すると、加速度運動に由来する「見かけの力」が働くように見える。回転系上で質点を観測したときに質点が満たすべき運動方程式、

$$m\boldsymbol{a}' = m\left(\frac{d\boldsymbol{v}'}{dt}\right)' = \boldsymbol{F} - 2m\omega\times\boldsymbol{v}' - m\omega\times(\omega\times\boldsymbol{r}) - m\frac{d\omega}{dt}\times\boldsymbol{r} \qquad (1)$$

を使えば、どの様なことが起こるか予測が出来る。

例１）メリーゴーラウンドの上で円周上を歩く。

等角速度 ω で回転するメリーゴーラウンドの半径 r の円周上を、メリーゴーラウンドが回転する速度 $v = r\omega$ で歩いた。その時に感じる遠心力は、慣性系から観測すると、$2v$ で運動しているので、

$$\boldsymbol{F} = mr(2\omega)^2 = m(2v)^2/r = 4mv^2/r \qquad (2)$$

となる。歩いている人は、速度 v で歩いたので、遠心力は mv^2/r のはずである。元々メリーゴーラウンドが v で回転していたので、それによる遠心力 mv^2/r が加わると、

$$\boldsymbol{F} = 2mv^2/r = 2m\omega^2 r \qquad (3)$$

になる。さて、この差はどこから来るのだろうか？

それが、コリオリ力、

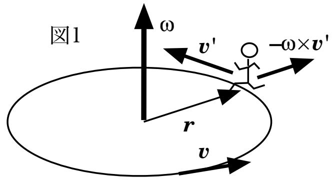
$$\boldsymbol{F} = -2m\omega\times\boldsymbol{v} \qquad (4)$$

の1つの現れる形になる。今の場合には、右図に見るように位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ に平行で外側を向く。これは、丁度、遠心力に平行で、

$$\boldsymbol{F} = -2m\omega\times\boldsymbol{v} = -2m\omega\times(\omega\times\boldsymbol{r}) = 2m\omega^2\boldsymbol{r} \qquad (5)$$

（ベクトル三重積の展開式を思い出して確認のこと）と、遠心力に平行で、(3), (4) を合わせると (2) に等しいことが確認できる。

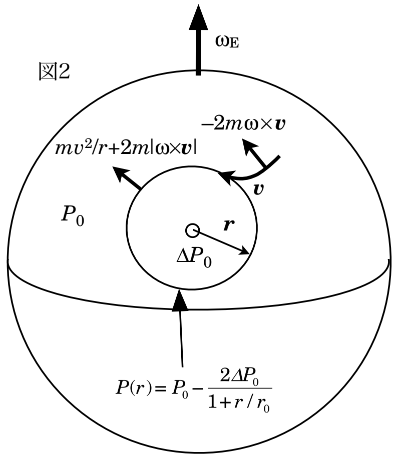
図1



例２）台風に吹き込む風

地球の北半球における台風の風向きと速度を考えてみよう。台風の目に吹き込む風は、低気圧の圧力差（$\Delta P_0 = P_0 - P_{center}$）に比例した単位面積あたりの力を受けて、中心に向かって加速される。しかし、地球は回転加速度系なので、コリオリ力が働く。その方向は、北半球では、進行方向に対して右向きになる。吹き込む風は徐々に右に回転して行き、丁度、遠心力+コリオリ力が台風の気圧差とバランスして円周上を回るようになる。その時の平衡になる速度を、図２の台風の圧力差と周回する半径の関数のモデルにより求めてみよう。

図2



まず、台風の半径方向の微少距離 Δr あたりの圧力差を $\Delta P = \Delta F/S$（ΔF は面 S に働く力）空気の密度を ρ とすると、厚みが Δr で面積 S で囲まれた空気が受ける加速度は、体積は $dV = S dr$ なので、

$$a = dF/dm = dF/\rho dV = dF/(S\rho dr) = dP/(\rho dr) \qquad (6)$$

となる。これが、遠心力とコリオリ力による加速度の大きさに等しい：

$$a = dP/(\rho dr) = v^2/r + 2|\omega_E\times\boldsymbol{v}|. \qquad (7)$$

(7) の右辺の第一項と第二項の大小を比較すると、第二項は地球の自転による角速度なので $\omega_E = 7\times10^{-5}$ [rad/s] 程度で、第一項は ΔP_0 に依存するが、半径 100 [Km] で風速 30 [m/s] の場合には $\omega(r) = v/r = 3\times10^{-4}$ [rad/s] と地球の自転による角速度と同程度か大きくなる。簡単のため遠心力のみ考慮し（結果として、$v(r)$ の上限値が得られる）、

$$dP/dr = \rho v^2/r \text{、　（左辺は気圧差で、右辺は遠心力）} \qquad (8)$$

と置き、おおよその風速を見積もる。この先の考察は気圧差の情報が必要なので、台風の構造の情報が必要になる。下の図は、ある台風の気圧配置図を持ってきた。これを見ると、中心に近づくほど、ほぼ同心円の等圧線の間隔が縮まっている。すなわち、(8) の左辺は半径 r に依存している。円周長が空気が流れ込む面積に比例するので、半径が増大すると単位面積あたりの流量は少なくて良い。すなわち、半径 r に反比例して圧力差は小さくて良い（$v(r)$ が小さくなることと対応）ことになり、等圧線の間隔が広がってくる。

そこで計算が簡単になるモデルとして、気圧変化が半径の逆数に比例すると仮定し、気圧差が ΔP_0 になる台風の特徴的な半径（台風の目の半径）を r_0 とし、図2に示しす様な r/r_0 の関数で表すと、

$$dP/dr = \frac{d}{dr}\left(P_0 - \frac{2\Delta P_0}{1+r/r_0}\right) = \frac{2\Delta P_0}{r_0(1+r/r_0)^2} = (8) = \rho v^2/r \qquad (9)$$

と表せる。これより風速 v は、

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta P_0(r/r_0)}{\rho(1+r/r_0)^2}} \qquad (10)$$

が得られる。強い台風の例として、$\Delta P = 50$ [hPa] = 5×10^3 [Pa]（0.05 気圧程度に相当）を仮定すると、$r/r_0 = 5$ では $\rho = 1.3$ [Kg/m^3] を使って、風速 33 [m/s] の風が吹くことになる。r_0 付近では、60 [m/s] 以上の強風が吹き荒れる。

気圧差がこの半分の場合には、約 0.7 掛けの風が吹き、r_0 付近で 40 [m/s] になるので、合理的な数値が得られたと考えられる。

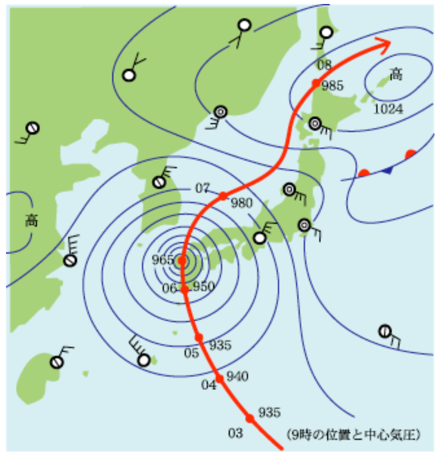


図3　台風14号の天気図（2005年9月6日18時）

なお、コリオリ力も含めると、

$$v(r) = -\omega_E r + \sqrt{(\omega_E r)^2 + \frac{2\Delta P_0(r/r_0)}{\rho(1+r/r_0)^2}}$$

となり、r が 3〜400 km 辺りで顕著に効き、(10) の見積もりより $v(r)$ は小さくなる。

http://www.nhk.or.jp/nhkvnet/bousai/typhoon/kouzou_set.html